**chuyªn ®Ò : MỘT SỐ DẠNG TOÁN VỀ TAM THỨC BẬC HAI**

***Người thực hiện* : Phạm Thị Thu Hằng**

1. **ĐẶT VẤN ĐỀ:**

Một số dạng toán về tam thức bậc hai đã được sách giáo khoa toán 8 giới thiệu cơ bản gồm các dạng sau: **: chứng minh giá trị của một tam thức bậc hai luôn dương hoặc luôn âm với mọi giá trị của biến, tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của tam thức bậc hai, phân tích tam thức bậc hai thành nhân tử bằng phương pháp tách hạng tử.**

Trong chuyên đề này tôi xin đề cập đến một số dạng toán trên . Khi làm các dạng toán trên đa số học sinh thấy băn khoăn vì:

- Các dạng toán đó là các bài toán khó đối với học sinh.

- Học sinh không hiểu vì sao sách giáo khoa và thầy cô lại hướng dẫn làm như vậy?

- Vì sao có mốt số bài toán có nhiều cách làm và nên làm theo cách nào?

- Có phương pháp nào để làm dạng toán đó không?

Do đó việc học sinh vận dụng cách làm như sách giáo khoa hướng dẫn để làm các dạng toán trên còn còn hạn chế, có tính mò đoán, gây cho các em cảm giác lúng túng, làm cho các em có tâm lý thiếu tự tin khi giải các bài toán đó. Để giúp học sinh giải quyết các vấn đề trên, không ai khác ngoài giáo viên bộ môn phải hướng dẫn, giải thích trên cơ sở khoa học và có sức thuyết phục, đặc biệt là phù hợp với trình độ học sinh. Qua những nguyên nhân trên tôi thấy là giáo viên cần chỉ ra cho học sinh thấy cơ sở của việc phân tích và các phương pháp cơ bản để giải các dạnh toán trên để giúp học sinh làm bài có hiệu quả, ít tốn thời gian hơn và đạt chất lượng cao. Do đó tôi chọn chuyên đề **“ Một số dạng toán về tam thức bậc hai”** nhằm giúp học sinh thấy được cơ sở đồng thời giúp cho học sinh có phương pháp cụ thể khi giải các dạng toán này nhằm nâng cao chất lượng giáo dục và phát huy tính chủ động tích cực học tập của học sinh khi giải toán.

**B. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ**

**I. Cơ sở lý luận:**

Giải toán là hoạt động không thể thiếu trong quá trình học toán, để giải được một bài toán thì học sinh cần được trang bị các kiến thức nhất định, không thể đòi hỏi học sinh có cách giải sáng tạo khi chúng chưa hiểu rõ một cách làm cụ thể, theo phương pháp tìm tòi lời giải của Pôlya thường được tiến hành theo bốn bước:

- Tìm hiểu đề toán ;

- Xây dựng chương trình giải;

- Thực hiện chương trình giải;

- Kiểm tra và nghiên cứu lời giải.

Qua đó thấy rằng phương pháp để giải một bài toán là không thể không có, sau đó mới xét đến tính sáng tạo trong lời giải.

Trong chương trình Đại số 8 thì **Một số dạng toán về tam thức bậc hai** là rất quan trọng và khó mà học sinh lại thường gặp phải khi giải toán đại số. Quan trọng vì nó làm cơ sở để học sinh học tốt các kiến thức còn lại của chương trình đại số 8 và dại số 9, hầu như các dạng toán trên xuất hiện trong khắp trong chương trình đại số 8 và đại số 9, các dạng toán đó có nhiều ứng dụng nhất là đối với học sinh khá giỏi muốn làm thêm một số bài toán nâng cao trong chương trình. Và nó khó vì một số bài có nhiều phương pháp và trong hầu hết các trường hợp để giải được bài toán học sinh cần phải biết phối hợp các phương pháp một cách hợp lý, đặc biệt để giải các dạng toán về đa thức bậc hai một ẩn học sinh thấy rất khó vì chưa được trang bị phương pháp cụ thể chỉ được hướng dẫn thông qua một bài toán, làm học sinh không thấy được tính tổng quát của cách làm, vì thế để bắt chước cách làm đó vào một bài toán khác là không dễ đối với học sinh.

**II. Thực trạng**

Khi học sinh học chương I đại số lớp 8 các em sẽ gắp một số bài toán về đa thức bậc hai một ẩn ax2 + bx +c (a 0) ( gọi tắt là tam thức bậc hai) thì các em lúng túng, hầu hết các em không biết làm.

Khi gặp dạng toán **chứng minh giá trị của một tam thức bậc hai luôn dương hoặc** **luôn âm** với mọi giá trị của biến các em không hiểu cách làm , không có cơ sở, không biết bắt đầu từ đâu làm các em rất hoang mang. Do đó khi hướng dẫn học sinh làm dạng toán này giáo viên nêu rõ cơ sở lý thuyết .

- Nếu chứng minh đa thức luôn dương với mọi giá trị của biến thì ta biến đổi đa thức đó về dạng tổng của các biểu thức không âm cộng với một số dương.

- Nếu chứng minh đa thức luôn âm với mọi giá trị của biến thì ta biến đổi đa thức đó về dạng tổng của các biểu thức không dương cộng với một số âm.

Nên bắt đầu từ những bài tập thật đơn giản sau đó tùy trình độ của học sinh mà cho các bài tập khó dần nên.

Khi gặp dạng toán **tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của tam thức bậc hai** trong chính khóa cũng không dạy đây cũng là một dạng bài tập dành cho học sinh khá giỏi , giáo viên cũng nêu cơ sở và cho các em tập làm từ những bài biến đổi đơn giản sau khi các em đã hiểu hơn về dạng toán mới cho làm các bài biến đổi phức tạp hơn.

+ Để tìm giá trị nhỏ nhất của A, ta cần: Chứng minh A ≥ k với k là hằng số .

Chỉ ra dấu “=” có thể xẩy ra với giá trị nào đó của biến

+ Để tìm giá trị lớn nhất của A, ta cần:Chứng minh A ≤ k với k là hằng số.

Chỉ ra dấu “=” có thể xẩy ra với giá trị nào đó của biến.

Khi học sinh làm bài toán **phân tích đa thức bậc hai thành nhân tử** thì các em còn lúng túng, phải thử tách các hạng tử bằng nhiều cách, mất nhiều thời gian và hiệu quả kém, đôi khi không phân tích được vì không chọn được cách tách hạng tử “thích hợp” như sách giáo khoa đã làm. Đối với giáo viên, nếu không chỉ rõ cơ sở lý thuyết của việc phân tích thì cũng khó giải thích cho học sinh hiểu rõ tại sao phải tách hạng tử như hướng dẫn của sách giáo khoa và tại sao lại có nhiều cách làm như vậy, để từ đó yêu cầu học sinh làm được bài một cách tương tự. Để giải quyết những băn khoăn thắc mắc của học sinh cũng như giúp các em chọn được cách giải bài toán thích hợp và ít tốn thời gian mà đạt hiệu quả cao. Tôi xin được nêu vài biện pháp sau:

- Trước hết, cho học sinh nhận dạng đa thức bậc hai một cách thật cụ thể;

- Áp dụng (có ưu tiên các trường hợp đặc biệt) các biện pháp tương ứng;

- Đánh giá bài toán có bao nhiêu cách làm (theo hiểu biết của các em).

Với thực trạng gặp khó khăn khi giảng day nêu trên nên sau đây tôi đưa ra một số dạng toán về tam thức bậc hai và phương pháp giải

**III.** **Một số dạng toán về tam thức bậc hai**

**Dạng 1: Chứng minh giá trị của một tam thức bậc hai luôn dương hoặc luôn âm với mọi giá trị của biến**

A.. Phương pháp chứng minh giá trị của một tam thức bậc hai luôn dương hoặc luôn âm với mọi giá trị của biến.

I. Chứng minh một biểu thức A luôn dương với mọi giá trị của x

Bước 1: Biến đổi biểu thức A dưới dạng tổng của một biểu thức không âm và một số dương.

A =  + a (a >0)

Bước 2: Ta chứng minh

Vì  với mọi x, a > 0 nên A > 0 với mọi x

**Ví dụ:** Chứng tỏ x2 – 8x + 20 > 0 với mọi x

Lời giải: Ta có x2 – 8x + 17 = (x2 – 8x +16) + 1 = (x – 4)2 + 1

Vì (x – 4)2  0 với mọi x, 1 > 0

 (x – 4)2 + 1 > 0 với mọi x

Vậy x2 – 8x + 20 > 0 với mọi x

II. Chứng minh một biểu thức A luôn âm với mọi giá trị của x

Bước 1: Biến đổi biểu thức A dưới dạng tổng của một biểu thức không dương và một số âm.

A = -  + a (a <0)

Bước 2: Ta chứng minh

Vì -  với mọi x, a < 0 nên A < 0 với mọi x

**Ví dụ:** Chứng tỏ x - x2 – 1 < 0 với mọi x

Lời giải: Ta có x - x2 – 1 = - (x2 – x +1)

= - x2 – 2.x. +  - + 1

**= - **

**= - **

Vì -  0 với mọi x, < 0 nên - < 0 với mọi x

Vậy x - x2 – 1 < 0 với mọi x.

1. Bài tập vận dụng

**Bài 1:** Chứng minh các đa thức sau luôn dương với mọi x



**Bài 2:** Chứng minh các đa thức sau luôn âm với mọi x



**Dạng 2: Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của tam thức bậc hai**

A. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một biểu thức

**1. Khái niệm**

+ Nếu với mọi giá trị của biến thuộc một khoảng xác định nào đó mà giá trị của biểu thức A luôn luôn lớn hơn hoặc bằng (nhỏ hơn hoặc bằng) một hằng số k và tồn tại một giá trị của biến để A có giá trị bằng k thì k gọi là giá trị nhỏ nhất (giá trị lớn nhất) của biểu thức A ứng với các giá trị của biến thuộc khoảng xác định nói trên

**2. Phương pháp**

Xét biểu thức A (x )

+) Ta nói A (x ) có giá trị lớn nhất là M, nếu A (x ) ≤ M ∀x và có giá trị x0 sao cho A (x0 ) = M (Chỉ ra 1 giá trị là được)

+) Ta nói A (x ) có giá trị nhỏ nhất là m, nếu A ( x) ≥ M ∀x và có giá trị x0 sao cho Ax (x0 ) = M(Chỉ ra 1 giá trị là được)

Do đó

a) Để tìm giá trị nhỏ nhất của A, ta cần:

+ Chứng minh A ≥ k với k là hằng số

+ Chỉ ra dấu “=” có thể xẩy ra với giá trị nào đó của biến

b) Để tìm giá trị lớn nhất của A, ta cần:

+ Chứng minh A ≤ k với k là hằng số

+ Chỉ ra dấu “=” có thể xẩy ra với giá trị nào đó của biến

Kí hiệu : min A là giá trị nhỏ nhất của A;

max A là giá trị lớn nhất của A.

**Ví dụ: Sai lầm**



(Không chỉ ra được dấu bằng)

Đáp án đúng là  với x  GTNN A(x) =  khi x = 

1. Các bài tập tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một tam thức bậc hai

**Ví dụ 1:**

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của A = 

b) Tìm giá trị lớn nhất của B = 

**Lời giải**:

a, A = 

Vậy min A = -7 khi và chỉ khi x =2



Vậy maxB =  khi và chỉ khi x = 

**Ví dụ 2:** Cho tam thức bậc hai P (x) = ax2+ bx +c

a, Tìm min P nếu a > 0

b, Tìm max P nếu a < 0

**Lời giải:**

Ta có 

Đặt  .nên

a, Nếu a > 0 thì  do đó P  k minP = k  x =

b, Nếu a < 0 thì  do đó P  k maxP = k  x =

**Bài tập vận dụng**

**Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của các biểu thức dưới đây**

a, A = - x2 + x + 1

b, B = x2 + 3x + 4

c, C = x2 - 11x + 30

d, D = - x2 – 2x + 5

e, E = 3x2 – 6x + 4

g, G = - 3x2 - 12x - 25

***Phương pháp:*Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của tam thức bậc hai P (x) = ax2+ bx +c trong trường một số trường hợp thường gặp**

Đưa biểu thức về dang:

1. P(x) = a + [f(x)]2 với a là hằng số, f(x) là biểu thức chứa biến x.

Khi đó P(x) ≥ a  giá trị nhỏ nhất của P(x) là a khi f(x) = 0 xảy ra khi f(x) = 0

1. P(x) = b - [f(x)]2 với b là hằng số, f(x) là biểu thức chứa biến x.

Khi đó P(x)≤ b  giá trị lớn nhất của P(x) là b khi f(x) = 0 xảy ra khi f(x) = 0

**Dạng 3: Phân tích tam thức bậc hai thành nhân tử bằng phương pháp tách hạng tử.**

*Trường hợp đa thức dạng ax2 + bx + c ( a, b, c ∈ Z; a, b, c ≠ 0)*

\* Nội dung:

+ Kiểm tra: b2 - 4ac:

- Nếu b2  - 4ac < 0: Đa thức không phân tích được.

- Nếu b2  - 4ac = 0: Đa thức chuyển về dạng bình phương của một nhị thức.

- Nếu b2 - 4ac > 0: b2 - 4ac = k2 (k ∈ Q) đa thức phân tích được trong trường Q.

- Nếu b2 - 4ac ≠ k2 đa thức phân tích được trong trường số thực R.

+ Cách làm:

**Cách1:** Tìm tích a.c

Xem a.c bằng tích 2 số b1 và b2 nào mà b1 + b2 = b, tách bx = b1x + b2x

Nhóm phân tích theo cách thông thường.

**Cách 2**: Biến đổi đa thức phải phân tích thành A2 - B2 bằng cách giữ nguyên 2 hạng tử đầu, tách hạng tử tự do.

**Cách 3:** Tách c sao cho khi nhóm xuất hiện nhân tử chung

**\* Các ví dụ**: Phân tích đa thức thành nhân tử.

+) B = x2 - 6x + 8

- Cách 1: Tách bx = b1x + b2x

B = x2 - 6x + 8 = x2 - 2x - 4x + 8

= x(x - 2) - 4(x- 2) = (x -2) (x - 4)

- Cách 2: Đưa về dạng A2 - B2

B = x2 - 6x + 8 = x2 - 6x + 9 - 1 = (x - 3)2- 1= (x -2) (x - 4)

- Cách 3: Tách c

B = ( x2 - 4) - ( 6x - 12) = (x - 2) (x + 2) - 6(x - 2)

= (x -2) (x - 4)

B = ( x2 - 16) - ( 6x - 24) = (x - 4) (x + 4) - 6(x - 4)

= (x -2) (x - 4)

+) Q = - 3x2 - 5x - 2

Q = -3x2 - 3x - 2x - 2 = (x +1) (- 3x - 2)

Q = - 3x2 - 5x - 2 = - (3x2 - 3 + 5x + 5) = - (x +1) (3x + 2)

**Bài tập vận dụng:**

**Bài 1:** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử



**Bài 2**: Tìm x , biết



Qua các dạng bài tập trên học sinh sẽ thấy cơ sở và một số phương pháp giải một số dạng toán về tam thức bậc hai, giúp các em say mê hứng thú hơn khi giải toán là công cụ đắc lực trong việc giải một số bài tập mở rộng và nâng cao hơn.

Trên đây đã trình bày **Một số dạng toán về tam thức bậc hai**. Tất nhiên không chỉ có các loại bài tập ở các dạng trên mà còn một số loại bài tập khác (Không điển hình vµ ít gặp trong toán 8) . Qua một số dạng bài tập trên nó đã giúp học sinh phát triển trí tuệ, óc sáng tạo khi tìm tòi đường lối giải. Nói chung là cần nắm chắc các dạng toán rồi sau đó vận dụng kết hợp một số kiến thức khác để giải bài toán từ đó phát triển ở các em sự tư duy logic khoa học phát triển, tính chính xác trong tư duy toán học.

Khi giải các bài tập này đã kích thích hứng thú và rèn luyện được phẩm chất trí tuệ của học sinh bằng cách yêu cầu học sinh nhận dạng và tìm ra yêu cầu của bài tập. Sau đó tìm đường lối giải bằng cách trả lời các câu hỏi: Muốn giải quyết yêu cầu đó phải làm gì:? Trong chừng mực nào đó giáo viên phải giúp đỡ học sinh tháo gỡ khó khăn bế tắc trong công việc (giáo viên nên gợi ý theo sơ đồ phân tích đi lên).

Giáo viên phải tạo ra không khí tích cực trong khi giải bài tập đối với mọi đối tượng học sinh. Muốn vậy giáo viên phải tác động đến từng đối tượng sao cho phù hợp. Chẳng hạn học sinh trung bình nên gợi ý tỉ mỉ, học sinh khá giỏi cần nêu nét cơ bản, hướng học sinh theo con đường cần đi đến. Nên để học sinh tích cực tìm tòi sáng tạo, có như vậy mới phát triển tư duy trí tuệ của học sinh.

***Tóm lại:*** Qua các dạng bài tập đã nêu học sinh được rèn luyện và củng cố vững chắc cơ sở và phương pháp giải các dạng toán cơ bản về tam thức bậc hai từ đó có thể làm các bài tập tương tự và các bài tập mở rộng và nâng cao hơn, qua đó phát triển óc tổng hợp và tư duy logic của học sinh.

**IV. Kết quả đạt được:**

Trước khi áp dụng cách ôn tập như trình bày ở trên, tôi nhận thấy nhiều học sinh nhìn nhận giải quyết bài toán chưa đúng, chưa biết quan sát để thấy được đặc điểm của đề bài, chưa nắm được phương pháp giải các loại câu hỏi của bài toán, cho nên các em làm bài còn mơ hồ, không tự tin, kỹ năng biến đổi còn hạn chế, chưa biết tự kiểm tra kết quả.

Sau khi áp dụng chuyên đề này các nhược điểm trên của các em học sinh đã giảm rất nhiều. Tỉ lệ học sinh hiểu bài làm được bài tăng lên rõ rệt, các em hứng thú và tích cực học tập hơn.

Cũng qua áp dụng chuyên đề này mà đã rèn cho học sinh kỹ năng nhìn nhận vấn đề từ khái quát đến cụ thể, kỹ năng biến đổi, tính toán và kỹ năng vận dụng làm tốt các dạng toán khác.

Dựa vào chuyên đề này bản thân tôi và một số đồng nghiệp đã tích cực vận dụng trong khi giảng dạy, học sinh sẽ không còn lúng túng trong các tiết luyện tập mở rộng và phát triển một số dạng toán về tam thức bậc hai

Kết quả điều tra ban đầu sau khi áp dụng chuyên đề này với đề bài như sau:

**Đề bài (Thời gian 45 phút)**

**(Chưa thực hiện được vì dịch bệnh)**

Câu 1: (4 đ) Phân tích đa thức thành nhân tử



Câu 2 : (4 đ) Tìm x, biết;.



Câu 3: (2 đ)

a) Chứng minh  luôn âm với mọi x.

b)T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc: 

Biểu điểm :

Câu 1: Mỗi phần đúng 1điểm

a)(x + 2)( x + 3) b)(2x + 5) (x – 1)

c)(5x – 1) (3 – x) d) (x – 1) (y + x -2)

Câu 2: Mỗi phần đúng 1điểm

1. x =3 hoặc x = 1
2. x = 4 hoặc x = 5
3. x =3 hoặc x = -1,5
4. x =10 hoặc x = - 

Câu 3: Mỗi phần đúng 1điểm

a)Chứng minh  được 0,5 điểm

Lý luận để A luôn âm với mọi x được 0,5,điểm

b)Đưa được về  được 0,5 điểm. Tìm được GTNN được 0,5 điểm

KÕt qu¶:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Sè l­îng häc sinh | Sè häc sinh ®¹t ®iÓm giái | Sè häc sinh ®¹t ®iÓm kh¸ | Sè häc sinh ®¹t ®iÓm TB | Sè häc sinh ®¹t ®iÓm yÕu |
| 41 |  |  |  |  |

**V. Điều kiện chuyên đề được nhân rộng:**

Để áp dụng chuyên đề này đạt được hiệu quả cao, giáo viên phải có phương pháp giảng dạy tích cực, kích thích được động cơ, hứng thú học tập cho học sinh và trong quá trình giảng dạy phải làm cho học sinh nắm chắc kiến thức cơ bản, bồi dưỡng cho học sinh phương pháp học và tự học.

Việc áp dụng đề tài này cần nhiều thời gian nên giáo viên cần đề xuất với nhà trường tổ chức những buổi ôn tập thành lớp có phân loại học sinh để áp dụng.

Giáo viên tích cực nghiên cứu tìm tòi các bài tập liên quan các cách giải hay, độc đáo. Nghiên cứu phân loại các dạng bài tập tiếp theo ở chương trình sách giáo khoa THCS, hoàn thành chương trình ôn tập, nâng cao chất lượng học sinh.

Trong thời gian áp dụng thực hiện phương pháp giảng dạy mới, tôi thấy phương pháp hướng dẫn học sinh tự học tự tìm tòi , tổng hợp kiến thức rất quan trọng, bản thân tôi thấy cần các điều kiện sau được nhân rộng:

- Trên cơ sở phương pháp cũ, học sinh tự học, tự khám phá những kiến thức mới sẽ giúp các em yêu thích môn học hơn, nhớ kiến thức lâu hơn.

- Phát huy tính tích cực, suy nghĩ, tìm tòi của học sinh và khả năng sáng tạo trong từng dạng bài tập.

- Cuối cùng, phát huy tính sáng tạo, ứng dụng vào các dạng toán khác, ứng dụng vào các môn học khác.

**B. KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ**

**I. Kết luận**

**Một số dạng toán về tam thức bậc hai** trên đây đưa ra với hy vọng góp phần nâng cao hơn nữa chất lượng học sinh, giúp học sinh nắm thêm cơ sở và phương pháp giải các dạng toán trên.

Chuyên đề này đã cố gắng xây dựng một hệ thống kiến thức và phương pháp từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp, trình bày ngắn gọn, dễ hiểu cùng với các ví dụ minh hoạ giúp cho mọi đối tượng học sinh có thể vận dụng một cách linh hoạt vào từng trường hợp nhất định.

Qua đó học sinh có thể đào sâu kiến thức, tìm tòi nhiều cách giải cho một bài toán. Bên cạnh đó các ví dụ cụ thể giúp học sinh có thể rèn luyện kỹ năng, kỹ xảo làm quen với các dạng bài tập khác nhau như rút gọn biểu thức, giải phương trình,chứng minh sự chia hết, biến đổi đa thức... góp phần nhỏ trong việc phát triển trí tuệ, tính chăm chỉ, chính xác, năng lực nhận xét, phân tích phán đoán tổng hợp kiến thức. Tuy nhiên không phải tất cả các đối tượng học sinh chúng ta đều truyền tải các nội dung trên, mà cần xác định đúng đối tượng để cung cấp kiến thức cơ bản phù hợp với trình độ và quỹ thời gian của học sinh.

Việc áp dụng những phương pháp này mang lại một kết quả tốt. Học sinh được rèn luyện nhiều trở nên tự tin hơn trước những bài toán khó hơn các bài tập cơ bản trong sách giáo khoa.

Do khả năng có hạn, chuyên đề này đề tài này chắc chắn còn nhiều thiếu sót. Rất mong sự góp ý của các bạn đồng nghiệp để chuyên đề này hoàn thiện hơn, góp phần nâng cao chất lượng giảng dạy và học tập của giáo viên và học sinh.

**II. Khuyến nghị**

Việc áp dụng đề tài này cần nhiều thời gian nên giáo viên cần đề xuất với nhà trường tổ chức những buổi ôn tập thành lớp có phân loại học sinh để áp dụng.

Giáo viên tích cực nghiên cứu tìm tòi các bài tập liên quan các cách giải hay, độc đáo. Nghiên cứu phân loại các dạng bài tập tiếp theo ở chương trình sách giáo khoa THCS, hoàn thành chương trình ôn tập, nâng cao chất lượng học sinh